Linguagens Formais e Autômatos

Primeira prova - 27/04/2010 - UNIVASF - Prof. Marcus Ramos

>>>> Seja conciso e objetivo nas suas respostas <<<<

1. (1 ponto) Conceitue:

   a. Linguagem
   Conjunto finito ou infinito de cadeias formadas pela justaposição dos símbolos de um alfabeto finito.

   b. Gramática
   Dispositivo de geração de sentenças. Opera através de um conjunto de regras que promove substituições sucessivas nas diversas formas sentenciais.

   c. Autômato finito
   Dispositivo de reconhecimento de sentenças. Opera através de movimentos que o conduzem desde uma configuração inicial até uma configuração final.

   d. Linguagem gerada por uma gramática
   Conjunto de cadeias formadas por símbolos terminais de que são obtidas por meio de derivações realizadas a partir da raiz da gramática pela aplicação das regras de produção.

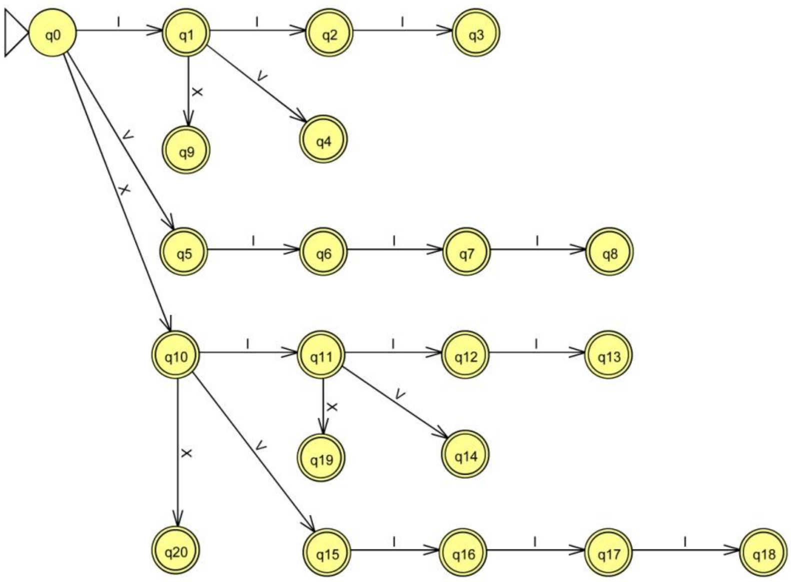
   e. Linguagem reconhecida por um autômato finito
   Conjunto de cadeias formadas por símbolos terminais que são capazes de conduzir o autômato desde a sua configuração inicial até uma configuração final qualquer.

2. (1 ponto) Defina: "linguagem regular".
Qualquer linguagem que pode ser representada através de uma gramática linear à direita, uma expressão regular ou um autômato finito.

3. (1 ponto) Seja L_x uma linguagem regular (finita ou infinita) e L_y uma linguagem finita. Prove que $L_x \cup L_y$ é uma linguagem regular.
Toda linguagem finita é também regular. Seja $L_y=\{\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n\}$. Então, L_y é gerada pela expressão regular $\alpha_1|\alpha_2|...|\alpha_n$ e portanto L é regular. A demonstração de que $L_x \cup L_y$ é regular pode ser feita usando-se a combinação de autômatos finitos ou de gramáticas lineares à direita, conforme visto em sala de aula.

4. (1 ponto) Seja M um autômato finito não-determinístico sem transições em vazio com 4 estados. Prove que, após a eliminação dos não-determinismos, o autômato resultante possui não mais do que 16 estados.
O método de eliminação de não-determinismos funciona através da criação de novos estados, sendo um para cada combinação de estados para os quais haja alguma transição não-determinística no autômato original. Se um autômato tem n estados, então o número de todas as combinações possíveis desses estados é 2^n. Logo, o autômato resultante terá no máximo 2^n estados.

5. (1 ponto) Obtenha um autômato finito determinístico e sem transições em vazio que reconheça a linguagem dos números romanos entre I (inclusive) e XX (inclusive) sobre o alfabeto {I,V,X}.



6. (1 ponto) Considere a gramática abaixo, que gera uma linguagem sobre o alfabeto {a,b,c,|,*,(,)}:

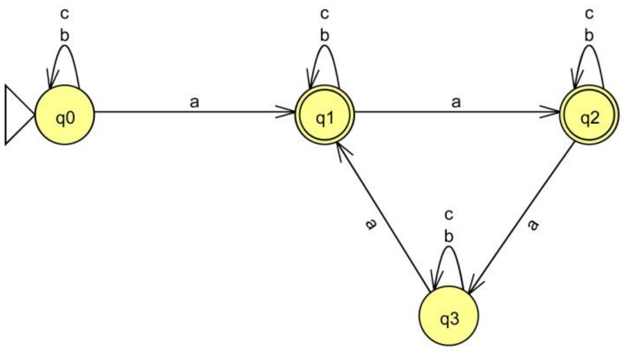
$E \rightarrow E \mid E \qquad E \rightarrow E\,E \qquad E \rightarrow E^* \qquad E \rightarrow (\,E\,) \qquad E \rightarrow a \qquad E \rightarrow b \qquad E \rightarrow c$

a) Descreva com suas palavras e exemplos a linguagem gerada por essa gramática;
Essa gramática gera o conjunto de todas as expressões regulares sobre o alfabeto {a,b,c}, excetuando aquelas que contém a cadeia vazia e o conjunto vazio. Exemplos: a(b|c), (a|b|c)*aa(a|b|c)*, ((a|b|c)(a|b|c))*.*

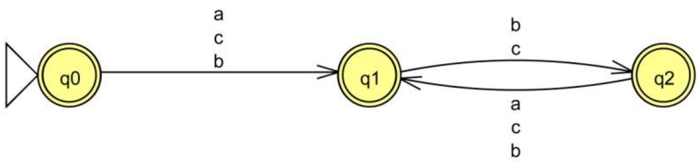
b) Selecione uma sentença de comprimento mínimo 10, que faça uso de todos os símbolos do alfabeto, e mostre a seqüência de derivações que geram a mesma.
*E⇒E|E⇒EE|E⇒E*E|E⇒(E)*E|E⇒(EE)*E|E⇒(EE)*E|EE⇒(EE)*E|EEE⇒(E|EE)*E|EEE⇒(a|EE)*E|EEE⇒(a|bE)*E|EEE⇒(a|bc)*E|EEE⇒(a|bc)*c|EEE⇒(a|bc)*c|cEE⇒(a|bc)*c|cbE⇒(a|bc)*c|cba*

Escolha três questões entre as de número 7, 8, 9, 10 e 11 e ignore as outras duas.

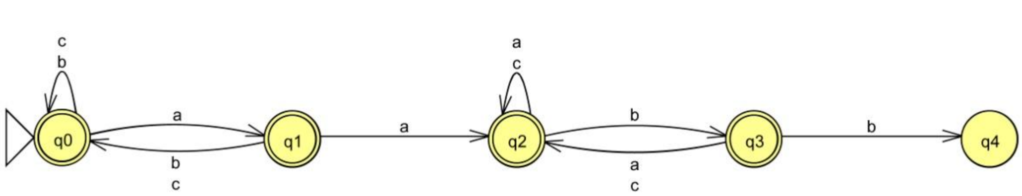
7. (1 ponto) Considere L_1 = {w ∈ {a,b,c}* | $|w|_a$[1] não é múltiplo de 3}. São sentenças de L_1: baabc, aaaa, bccca. Não são sentenças de L_1: bcbcbc, aaabbb, bcabacaaaa. Prove que essa linguagem é regular.



8. (1 ponto) Considere L_2 = {w ∈ {a,b,c}* | w=$\sigma_1\sigma_2....\sigma_n$ e $\sigma_i \neq$ "a" se "i" é par}. São sentenças de L_2: bbabc, acab, accca. Não são sentenças de L_1: aa, abba, bcabacaaaa. Prove que essa linguagem é regular.

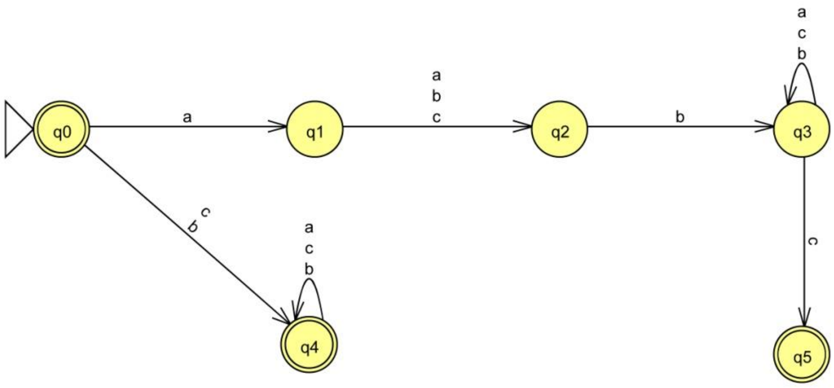


9. (1 ponto) Considere L_3 = {w ∈ {a,b,c}* | se w contém a subcadeia "aa", então à direita dessa subcadeia não há ocorrência da subcadeia "bb"}. São sentenças de L_3: bbaa, baababc, acaabc, accca. Não são sentenças de L_1: aabb, abaacbbc, bcaabacbb. Prove que essa linguagem é regular.

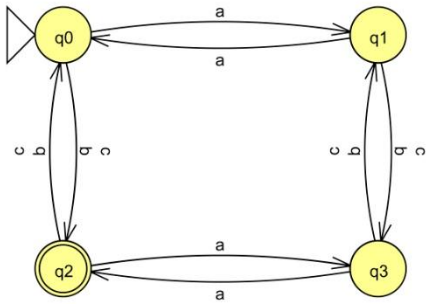


10. (1 ponto) Considere L_4 = {w ∈ {a,b,c}* | se o primeiro símbolo de w é "a", então o terceiro deve ser "b" e o último deve ser "c" }. São sentenças de L_4: abbacc, baababc, acbbbc, cba, aabc. Não são sentenças de L_1: aaa, abba, aabccb. Prove que essa linguagem é regular.

---
[1] $|w|_a$ denota a quantidade de símbolos "a" na cadeia "w".



11. (1 ponto) Considere L_5 = {w ∈ {a,b,c}* | |w| é ímpar e $|w|_a$ é par }. São sentenças de L_5: aba, abcabcc, aaaac, abcab. Não são sentenças de L_1: aabb, aaabbbc, ababba. Prove que essa linguagem é regular.



12. (1 ponto) Obtenha um autômato finito sem transições em vazio, determinístico e mínimo que seja equivalente ao autômato: